



# GABARITO da Prova do nível 4

(Para alunos de qualquer série do Ensino Médio)

X Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica – 2007  
Sociedade Astronômica Brasileira (SAB) - Agência Espacial Brasileira (AEB)

## Questão 1) (1 ponto).

**Resposta 1a)** As respostas corretas estão apresentadas abaixo. Cada S ou N colocado corretamente vale 0,01. Assim, cada objeto tem pontuação que vai de 0 até 0,04, conforme o aluno acertar de 0 até 4 das perguntas. **Se acertar todos itens ganha os 0,3 pontos!**

Objeto	1) Órbita o Sol diretamente?	2) Tem forma quase esférica?	3) É dominante em sua órbita?	É um planeta? (Sim ou não)	Pontos
Vênus	S	S	S	S	
Plutão	S	S	N	N	
Ceres	S	S	N	N	
Lua	N	S	S	N	
Ganimes <sup>1</sup>	N	S	S	N	
Cometa Halley	S	N	N	N	

<sup>1</sup> Satélite de Júpiter descoberto por Galileu no século no séc. XVII

**Pergunta 1b) (0,3 ponto) Resposta 1b):** Pequenos objetos, como por exemplo as pedras que encontramos aqui na Terra, encontram-se agregados devido à sua estrutura eletromagnética. A gravidade só começa a se tornar relevante quando começamos a lidar com grandes massas. Um exemplo disso é que encontramos asteróides ainda não muito grandes com corpos menores orbitando ao seu redor, o que prova a capacidade atrativa de sua gravidade. À medida que estes asteróides vão agregando partículas menores, e se tornando, portanto, cada vez maiores, menores tendem a ser as irregularidades do objeto, uma vez que a agregação destas partículas tende a ser em torno do centro de gravidade do corpo, devido à simetria esférica da Lei da Gravitação Universal de Newton, na qual apenas a distância entre os objetos é considerada. Além disto, existe sim o limite em que a gravidade é capaz de romper ligações químicas e, isto, na verdade, termina por limitar, por exemplo, a altura das montanhas nos planetas. Assim, a atração gravitacional faz com que, quanto mais massa o objeto tenha, mais simétrico ele seja, isto é mais próximo do esférico, dado que a esfera é o sólido que representa o lugar geométrico de todos os pontos que estão a uma mesma distância de um ponto central. **Há muitas possibilidades do aluno responder a esta pergunta, mas todas elas devem considerar ou a aglutinação em torno do centro de massa para formação dos corpos maiores ou a simetria esférica da atração gravitacional, descrita pela Lei da Gravitação Universal, ainda que o termo “simetria esférica” não seja mencionado, ou ambos.**

**Pergunta 1c) (0,4 ponto) Resposta 1c):** O cometa McNaught provém da Nuvem de Oort. Como explicado no comentário desta questão, objetos provenientes desta nuvem podem possuir órbitas com qualquer inclinação com relação ao plano da órbita terrestre, o que não ocorre para objetos oriundos do Cinturão de Kuiper, com órbitas sempre próximas aos planos das órbitas planetárias. Assim, como ele foi visível primeiro num hemisfério e depois no outro, significa que sua órbita estava mais próxima de ser uma órbita polar do que estar próxima do plano de translação da Terra. A resposta mais simples, na nossa concepção, se baseia em notar que, caso o cometa fosse proveniente do Cinturão de Kuiper, ele teria que ser visível ao mesmo tempo e com a mesma luminosidade nos dois hemisférios, dado que os objetos do citado cinturão encontram-se em órbitas próximas do plano de translação da Terra. É claro que, numa data qualquer, todos os planetas são observados com a mesma luminosidade em ambos os hemisférios. O mesmo ocorre com o cometa Halley, de “curto período”, originário do Cinturão de Kuiper.

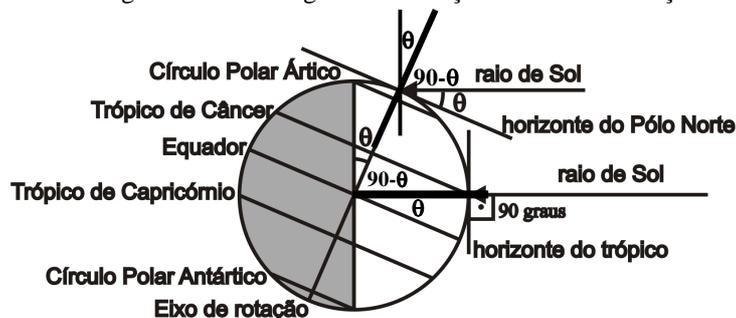
**Questão 2) (1 ponto) Resposta:** A Terra Média é esférica. Exatamente como ocorre com o nosso planeta Terra, de cada hemisfério é possível ver estrelas em torno do respectivo pólo. Dependendo do hemisfério em que estamos e de quão próximos ou distantes estamos do respectivo pólo, as estrelas estarão mais altas ou mais baixas em relação ao horizonte ou até não visíveis (abaixo do horizonte). Por exemplo, quem está sobre o Trópico de Capricórnio, cuja latitude é de - 23,5 graus (o sinal menos representa uma latitude ao Sul do Equador), não por acaso a inclinação do eixo terrestre (vide questão 3), pode observar todas as estrelas com exceção apenas daquelas que distam de até 23,5 graus do Pólo Norte. Uma curiosidade é que, na Grécia Antiga, a constelação do Cruzeiro do Sul não era visível e, portanto, era desconhecida. Além disso, mesmo as constelações visíveis de ambos os hemisférios, aparecem de “cabeça para baixo” de um hemisfério para o outro. **Neste sentido, as “estrelas estranhas” narradas por Aragorn poderiam ser tanto astros que ele nunca tinha observado de seu lugar de origem, quanto constelações observadas de “ponta a cabeça”.** Basta que o aluno mencione um dos efeitos para que receba todo o ponto da questão.

**Questão 3) (1 ponto) Pergunta 3a) (0,2 ponto) Resposta 3a):** O evento astronômico representado é o Solstício de Verão no Hemisfério Norte (ou Solstício de Inverno no Hemisfério Sul). Portanto, as estações que estão se iniciando são: Inverno no Hemisfério Sul e Verão no Hemisfério Norte. A explicação é que o Sol está incidindo perpendicularmente (a pino) sobre o Trópico de Câncer e, portanto, os raios solares incidem o menos obliquamente possível no Hemisfério Norte, caracterizando, assim, o início do verão neste hemisfério. Basta o aluno citar uma das duas coisas.

**Pergunta 3b) (0,2 ponto) Resposta 3b):** A altura do Sol, como mostra a figura à direita é igual à inclinação do eixo de rotação da Terra, isto é 23,5 graus acima do horizonte do pólo.

**Pergunta 3c) (0,2 ponto) Resposta 3c):** Como indicado na figura e discutido no item a, o Sol fica a pino sobre o Trópico de Câncer.

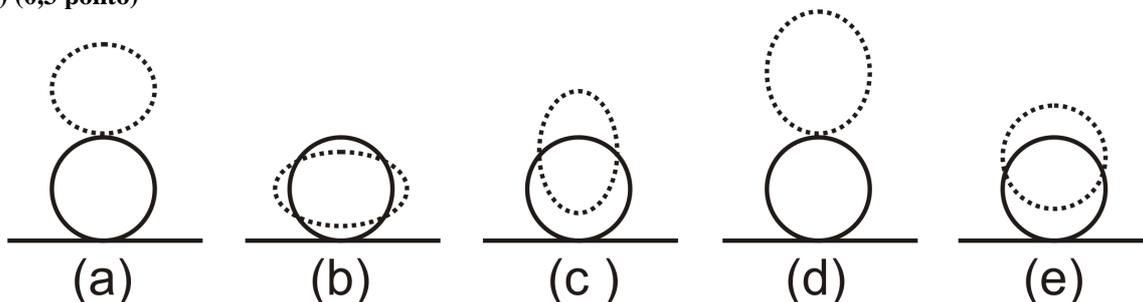
**Pergunta 3d) (0,2 ponto) Resposta 3d):** Não. Como pode ser visto da figura, toda a região entre o Círculo Polar Antártico e o Pólo Sul encontra-se fora da região iluminada pelo Sol. Na figura, a região não iluminada da Terra está destacada (que é a metade esquerda da Terra). Como pode ser visto, mesmo quando a Terra rotaciona em torno de seu eixo, ao longo de um dia, toda a região abaixo do Círculo Polar Antártico (o que inclui o Pólo Sul) não estará iluminada, sendo esta a região de não visibilidade do Sol.



**Pergunta 3e) (0,2 ponto) Resposta 3e):** Como dissemos no comentário, as estações se devem à inclinação do eixo de rotação da Terra. Portanto, naturalmente, a resposta é que não existiriam estações do ano ou, equivalentemente, que existiria apenas uma estação do ano. Nesta situação hipotética, o Sol incidiria sempre perpendicularmente apenas no Equador e a temperatura das demais regiões do globo seria ditada basicamente pela sua distância dele, não importando se esta região encontra-se no Hemisfério Norte ou Sul e a época do ano. Para receber os pontos basta que o aluno diga que não existiriam estações do ano ou que só haveria uma estação.

**Questão 4) (1 ponto) Pergunta 4a) (0,3 ponto) Resposta 4a):** Esta variação aumenta a duração do dia uma vez que faz com que o Sol apareça acima do horizonte mesmo quando ele já se pôs. Assim, quando o Sol verdadeiro já se pôs, no caminho que vai do horizonte até 35 minutos de arco abaixo dele, sua imagem refratada aparece ainda acima do horizonte. Mais precisamente (raciocinando semelhantemente à resposta do item 4b), quando a borda inferior do Sol está a 35 minutos abaixo do horizonte, a borda inferior de sua imagem esta ligeiramente acima do horizonte (menos de 5 minutos acima). Efeito similar se dá quando o Sol nasce, acumulando os dois efeitos na duração do dia claro. É claro que basta o aluno responder da forma mais simples, se baseando na idéia de que a imagem refratada é sempre deslocada para cima em relação ao horizonte.

**Pergunta 4b) (0,3 ponto)**



**Resposta 4b)** A resposta correta é a letra (a). Repare que a deformação ocorre apenas na direção vertical. Além disso, quanto mais próximo do horizonte, maior a distorção vertical para cima. Da leitura do gráfico, vemos ainda que o ponto do astro sobre o horizonte (altura verdadeira de zero graus) é defletido para uma altura de cerca de 30 minutos de arco, o que é da ordem dos diâmetros aparentes tanto do Sol quanto da Lua.

**Pergunta 4c) (0,4 ponto) Resposta 4c):** Esta questão resume-se a realizar uma conversão entre minutos de arco e minutos de tempo. Do gráfico dado acima, sabemos que o Sol aparece tangenciando o horizonte quando, na verdade, sua borda inferior está a 35 minutos de arco abaixo dele (e, portanto, sua borda superior a cerca de 5 minutos de arco do horizonte). Assim, tanto no nascer como no pôr, o Sol ganha 35 minutos de arco, somando um ganho de 70 minutos de arco no total, o que melhor compreendemos se convertermos este valor em tempo. Como foi dado, a razão de conversão entre horas e graus de arco é de 15, de forma que 1 minuto de relógio equivale a 15 minutos de arco. **Logo o tempo pedido é  $t = 70/15 = 4,6666... = 4,7$  minutos de tempo.**

**Questão 5) (1 ponto) Pergunta 5a) (0,4 ponto - 0,2 cada item) Resposta 5a):**

i) Abaixo apresentamos as contas. Primeiro iguala-se a força gravitacional à Segunda Lei de Newton para o movimento circular da estrela, considerando-se a expressão da aceleração centrípeta dada.

$$F = \frac{G(M_E M_P)}{r^2} = \frac{M_E v^2}{X_{CM}}$$

Isolando  $v^2$  no primeiro membro, substituindo o valor de  $X_{CM}$  e simplificando, obtemos:

$$v^2 = \frac{G M_P X_{CM}}{r^2} = \frac{G M_P}{r^2} \frac{M_P}{M_E + M_P} r = \frac{G}{r} \frac{M_P^2}{M_E + M_P}$$

Extraindo a raiz quadrada e retirando  $M_P$  da raiz, chegamos a

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{G}{r} \frac{M_P^2}{M_E + M_P}} = M_P \sqrt{\frac{G}{r(M_E + M_P)}}$$

ii) Substituindo  $X_{CM}$  e a velocidade  $v$  obtida na expressão dada para o período, temos

$$T = \frac{2\pi X_{CM}}{v} = 2\pi \frac{M_P r}{M_E + M_P} \frac{1}{M_P \sqrt{\frac{G}{r(M_E + M_P)}}}$$

Cancelando o  $M_P$  do numerador com o do denominador, invertendo a raiz quadrada e passando os termos para dentro da raiz, obtemos

$$\rightarrow T = 2\pi \frac{r}{M_E + M_P} \sqrt{\frac{r(M_E + M_P)}{G}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G(M_E + M_P)}}$$

**Pergunta 5b) (0,3 ponto, 0,1 cada item) Resposta 5b):** Inserindo os valores dados na fórmula apresentada anteriormente para o centro de massa e simplificando, obtemos

$$X_{CM} = \frac{M_P}{M_E + M_P} r = \frac{1 \times 10^{27}}{1 \times 10^{27} + 2 \times 10^{30}} 1 \times 10^7 = \frac{10^{34}}{2,001 \times 10^{30}}$$

$$\rightarrow X_{CM} \cong 5 \times 10^3 \text{ Km}$$

Logo, o centro de massa encontra-se dentro da estrela (lembre-se que o raio do Sol é de cerca de 700.000 km).

Calculemos, agora, a velocidade da estrela. Para tal, iremos utilizar a expressão que fornece o quadrado da velocidade em função da massa do planeta e da distância ao centro de massa, uma vez que já possuímos o valor de  $X_{CM}$  e isto irá simplificar as contas a serem realizadas. É claro que o aluno poderá utilizar diretamente a fórmula do item 5a, devendo chegar, entretanto, aproximadamente ao mesmo valor final. É claro também que diferentes formas de cálculos e aproximações podem levar a valores ligeiramente diferentes, mas a ordem de grandeza deve ser mantida.

$$v^2 = \frac{GM_P X_{CM}}{r^2} = \frac{6,7 \times 10^{-20} \times 1 \times 10^{27} \times 5 \times 10^3}{(10^7)^2} = \frac{6,7 \times 5 \times 10^{10}}{10^{14}}$$

$$v^2 = 33,5 \times 10^{-4} = 0,00335$$

$$\rightarrow v = \sqrt{0,00335} \cong 0,06 \text{ km/s}$$

Repare que esta velocidade equivale a cerca de 215 km/h, ou seja um carro de Formula 1 consegue atingir velocidades superiores a esta. Assim, você deve imaginar que a detecção desta velocidade utilizando o efeito Doppler deve exigir instrumentos de grande precisão. De fato, o trabalho de detecção de planetas extra-solares tem sido levado a cabo com a utilização de grandes telescópios construídos a partir da década de 1990 e de instrumentação igualmente precisa.

Da mesma forma, vamos calcular o período utilizando a expressão mais simples. É claro que o aluno poderá utilizar a expressão deduzida no item 5a, devendo chegar a um resultado próximo.

$$T = \frac{2\pi X_{CM}}{v} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 10^3}{0,06} = \frac{30 \times 10^3}{60 \times 10^{-3}} \cong 0,5 \times 10^6 \text{ s}$$

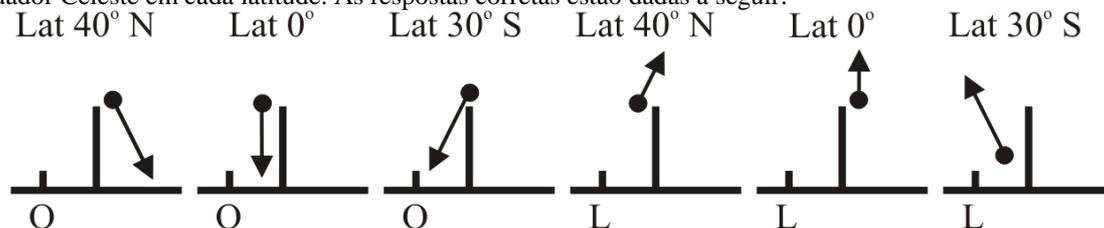
$$\rightarrow T \cong 5 \times 10^5 \text{ s} \cong 140 \text{ h}$$

ou seja, um período de pouco menos de seis dias. É em virtude de apresentar um período tão curto que esta classe de planeta é mais facilmente identificável, pois períodos mais longos exigiriam um acompanhamento igualmente mais longo do mesmo objeto (o que é bastante difícil de se conseguir em grandes telescópios, pois eles são “disputados” por cientistas de todo o mundo, sendo os custos de sua operação bastante elevados).

**Pergunta 5c) (0,3 ponto) Resposta 5c):** Repare que a velocidade do Sol, no sistema Sol-Júpiter, equivale a pouco mais de 45 km/h, o que torna muito mais difícil, com a tecnologia atual, de ser detectada pelo Efeito Doppler. Assim, um dos fatores que possibilita a detecção pelo método citado é que a estrela possua o módulo da velocidade grande o suficiente para ser detectada através do efeito Doppler. Isto, por sua vez, está diretamente relacionado à massa do planeta (como mostrado na fórmula da velocidade da estrela deduzida no item a). Outro fator que retarda a detecção de planetas tipo o nosso Júpiter (isto é um “júpiter frio”) é o grande período do movimento, o que exigiria observações cobrindo vários anos ao invés dos poucos dias necessários para um júpiter quente. Sendo o período de translação do movimento estelar (que é igual ao do movimento do planeta em torno do centro de massa) pequeno o suficiente, o movimento da estrela pode ser visto por completo o que diminui o tempo necessário para detecção do planeta. Para ter todos os pontos, basta que o aluno cite um dos dois fatores mencionados, isto é, que a detecção é favorecida pelas grandes velocidades da estrela ou pelo curto período do movimento.

1	O Hubble é o único telescópio no espaço	F
2	Em virtude da refração, o período luminoso do dia é mais curto	F
3	No Equinócio de inverno o Sol fica a pino no equador	F
4	O Sol nasce no Círculo Polar Antártico no Equinócio de Março	F
5	Plutão deixou de ser considerado planeta porque Caronte, sua maior lua, é muito grande.	F
6	A Lua possui uma órbita paralela ao Equador terrestre	F
7	A luz se comporta ou como onda ou como partícula	V
8	Corpos com massa diferente de zero podem chegar à velocidade da luz	F
9	Cometas de longo período são originários do Cinturão de Kuiper	F
10	Cometas com órbitas bem distantes da Eclíptica provém da Nuvem de Oort	V
11	Ceres foi promovido a planeta anão pela IAU	V
12	Entre os trópicos e os pólos o Sol nunca fica a pino	V
13	Acredita-se hoje que o universo esteja em expansão acelerada	V
14	A composição do universo é de aproximadamente 70 % de matéria escura, 25 % de energia escura e 5 % de coisas que conhecemos, como radiação e matéria.	F
15	Quase a totalidade dos planetas extra-solares descobertos são de tipo júpiter quente	V
16	Eris possui uma lua chamada Disnomia	V
17	A refração é tratada em física pela lei de Snell-Descartes	V
18	Um raio de luz ao passar de um meio de maior índice de refração para um de menor índice, se aproxima da normal (perpendicular a superfície limítrofe entre os meios)	F
19	Durante o dia, o céu é azul em virtude do espalhamento da luz na nossa atmosfera	V
20	Eclipses ocorrem se a Lua estiver no plano de translação da Terra, mas não necessariamente.	V

**Questão 7) (1 ponto) Pergunta 7a) (0,5 ponto, 0,1 cada item correto) Resposta 7a)** Como dissemos, as trajetórias devem ser paralelas ao Equador Celeste, isto é a projeção do Equador no fundo de estrelas (esfera celeste). Assim, o aluno precisa identificar a posição do Equador Celeste em cada latitude. As respostas corretas estão dadas a seguir:

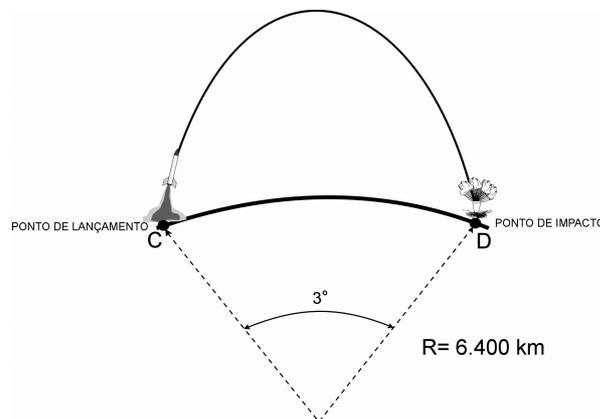


**Pergunta 7b) (0,5 ponto – 0,2 cada constelação assinalada corretamente e 0,1 se explicado corretamente) Resposta 7b):** A Lua jamais poderá estar nas constelações de **Órion e do Cruzeiro do Sul**, pois elas não são constelações zodiacais, isto é não se encontram na região do céu que intercepta a projeção do plano de translação da Terra (Eclíptica).

**Questão 8) (1 ponto) Questão 8a) (0,25 ponto) Resposta 8a):** O enunciado estabelece que o ponto de altitude máxima é denominado de **apogeu**. Conforme mostrado na figura (eixo vertical à direita) o apogeu se dá numa altitude de 407 km. A escala horizontal superior mostra que o apogeu é atingido aos 335 segundos de vôo. Ambos os valores podem ser facilmente identificados na Figura. **Portanto:** Apogeu = 407 km e Tempo = 335 segundos

**Questão 8b) (0,25 ponto) Resposta 8b):** O enunciado da questão menciona a existência de três forças: empuxo, arrasto e peso. De acordo com o enunciado, a força da gravidade (peso) está presente durante todo o vôo. O arrasto está presente quando o foguete se move na parte mais densa da atmosfera terrestre, ou seja, abaixo dos 90 km. Quanto à força de empuxo, o enunciado estabelece que ela somente se faz presente durante os 62 segundos iniciais do vôo. No texto da questão são estabelecidas as condições sob as quais é gerado o ambiente de microgravidade, quais sejam: ausência da força de arrasto e da força de empuxo. Considerando-se que a força de empuxo cessa aos 65 km e que o arrasto é desprezível acima de 90 km, tem-se que durante todo o intervalo de tempo em que o foguete estiver voando acima de 90 km de altitude, o arrasto será nulo. Analisando a Figura fornecida, tal ocorre entre os pontos **A** e **B** da trajetória. A escala horizontal superior mostra que para o ponto **A** corresponde o instante de vôo igual a 80 segundos, enquanto o ponto **B** a 595 segundos. Conseqüentemente, o intervalo de tempo sob o qual são criadas as condições de microgravidade é: 595 – 80 = 515 segundos. Como a resposta tem que ser dada em minutos, este valor deve ser dividido por 60. Dessa forma, tem-se 8,5 minutos, aproximadamente. Os alunos que oferecerem a resposta em segundos deverão obter apenas metade da questão, isto é, 0,125 ponto. **Resposta 8b): Tempo de microgravidade = 8,5 minutos**

**Questão 8c) (0,5 ponto) Resposta:** O alcance é definido como a distância entre o ponto de lançamento (C) e o ponto de impacto (D). O enunciado estabelece que o plano de vôo está contido no plano do Equador terrestre. Portanto, além de usar as informações contidas no enunciado, o aluno deverá ter conhecimentos básicos de geometria para relacionar os ângulos de longitude (fornecidos na Figura) ao cálculo do arco da circunferência. Para tanto, supõe-se que o aluno precise rabiscar uma figura semelhante à mostrada ao lado.



A partir de então, existem pelo menos duas possibilidades de solução.

**Primeira Possibilidade:** O alcance é dado pelo comprimento do arco CD. Da geometria, o comprimento do arco CD é igual a  $R \times \theta$ , onde  $R$  é o raio da Terra (dado fornecido,  $R = 6.400$  km) e  $\theta$  é o ângulo que determina o arco CD. De acordo com a Figura, o foguete é lançado da longitude  $44^\circ$  (Ponto C) e impacta no mar na longitude de  $41^\circ$  (Ponto D). Portanto, ele percorreu um ângulo equivalente a  $3^\circ$ . Para o cálculo do comprimento do arco, é necessária a transformação do ângulo de graus para radianos. Dessa forma, tem-se

$$\theta = \frac{3^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{60} \text{ radianos}. \text{ Portanto, } \overline{CD} = 6400 \times \frac{\pi}{60}.$$

Assumindo  $\pi \approx 3$ , tem-se  $\overline{CD} = 6.400 \times \frac{3}{60} = 6.400 \times \frac{1}{20} = 320$ . **Portanto, o alcance do foguete é de 320 km.**

**Segunda Possibilidade:**

Baseado nas informações fornecidas pode ser calculado o perímetro em torno do Equador terrestre. Da geometria tem-se que: Perímetro do circunferência =  $2 \times \pi \times R = 2 \times 3 \times 6.400 = 38.400$  km.

A partir de uma regra de três simples tem-se que

360°	-----	38.400
3°	-----	CD

$$\text{Portanto: } CD = \frac{3 \times 38.400}{360} = 320 \text{ km}$$

Ainda dentro desta possibilidade, o aluno poderá partir da informação de que o perímetro da Terra, medido no plano do Equador, é de 40.000 km. Neste caso, a regra de três fica:

360°	-----	40.000
3°	-----	CD

$$\text{Obtendo: } CD = \frac{3 \times 40.000}{360} = 333,333 \text{ km}$$

Quaisquer dos três procedimentos acima devem ser considerados corretos. Os alunos que errarem nas contas e/ou unidades deverão obter apenas metade da pontuação.

**Resposta 8c): Alcance = 320 km**

**Questão 9) (1 ponto) Questão 9a) (0,25 ponto) Resposta 9a):**

O raio do apogeu pode ser obtido diretamente pela aplicação da fórmula, ou seja:  $R_a = 5.000 \times (1+0,3) = 5.000 \times 1,3 = 6.500$  km.

**Resposta 9a):  $R_a = 6.500$  km**

**Questão 9b) (0,25 ponto) Resposta 9b):**

O raio do perigeu pode ser obtido diretamente pela aplicação da fórmula, ou seja:  $R_p = 5.000 \times (1-0,3) = 5.000 \times 0,7 = 3.500$  km.

**Resposta 9b):  $R_p = 3.500$  km**

**Questão 9c) (0,5 ponto) Resposta 9c):** Considerando-se que o raio do perigeu (3.500 km) é menor que o raio da Terra (6.400 km) haverá colisão deste com a Terra. **Aqueles que não justificarem a resposta deverão obter apenas 0,25 ponto.**

**Questão 10) (1 ponto) Comentários: Questão 10a) (0,5 ponto) Resposta 10a): Justificativas:** A imagem (a) é a mais antiga (1973) e a (b) é a mais recente (2001). Um dos indicadores é o grande aumento do tamanho da mancha urbana da cidade de Manaus; outro indicador é o aumento do desmatamento fora da mancha urbana, representado em tonalidade clara (contrastando com a tonalidade escura das áreas de florestas), ao longo de estradas (tonalidade clara e formas retilíneas).

**Questão 10b) (0,5 ponto) Resposta 10b):** Na escala 1:1.000.000 cada 1 cm na imagem corresponde a 1.000.000 cm no terreno, o que equivale a 10.000 m, ou seja, 10 km. Nesta escala, portanto, o quadrado de 2 cm mostrado na imagem corresponde, no terreno, a um quadrado de 20 km de lado. Desta forma, a área compreendida no interior do quadrado tracejado na figura é dada por:  $A = 20 \times 20 = 400$  km<sup>2</sup>.

**Resposta 10b): Área = 400 km<sup>2</sup>**