

GABARITO – NÍVEL III

Questão 1) As Leis de Kepler.

Johannes Kepler, astrônomo e matemático alemão, nascido em 1571, descobriu três leis fundamentais para explicar o movimento dos planetas em torno do Sol. Kepler descobriu estas leis após estudar, por cerca de vinte anos, medidas das posições de alguns planetas (principalmente as de Marte) no céu, realizadas pelo astrônomo dinamarquês Tycho Brahe, nascido em 1546. Na realidade, em 1600 (um ano antes da sua morte) Brahe contratou Kepler para ajudá-lo a analisar os dados observacionais sobre as posições dos planetas, colhidos em seu próprio observatório na Dinamarca por mais de duas décadas. As duas primeiras leis chamadas, respectivamente, **Lei das Órbitas e Lei das Áreas** foram enunciadas por Kepler em 1609, enquanto a terceira, chamada de **Lei Harmônica**, foi enunciada em 1618. Enunciando estas leis para explicar o movimento planetário, Kepler jamais poderia imaginar que as mesmas também poderiam explicar o movimento de estrelas em sistemas binários e até o movimento de satélites artificiais, tais como os satélites de telecomunicações que orbitam em torno da Terra.

1.a – (Valor: 0,6) Enuncie as três Leis de Kepler;

1.b – (Valor: 0,4) O que cada uma delas estabelece fisicamente, ou seja, qual o significado físico de cada uma delas.

Respostas:

1.a) Lei das Órbitas:

A órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos; ou noutra redação: Todos os planetas se movem em orbitas elípticas que têm o Sol como um dos focos.

1.a) Lei das Áreas:

Uma reta unindo qualquer planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais; ou noutra redação: A reta unindo um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.

1.a) Lei Harmônica:

O quadrado do período orbital de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol; ou noutra redação: O quadrado do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao cubo da distância média ao Sol.

1.b) Lei das Órbitas:

Estabelece que a distância do planeta ao Sol varia ao longo de sua órbita, pelo fato de a mesma ser elíptica.

1.b) Lei das Áreas:

Estabelece que a velocidade orbital, ou seja, a velocidade com a qual o planeta se desloca em torno do Sol, não é uniforme, variando de forma regular: Quanto mais distante o planeta está do Sol, mais devagar ele se move

1.b) Lei Harmônica:

Estabelece que quanto maior for a órbita do planeta, mais lentamente ele se moverá em torno do Sol implicando que a força entre o Sol e o planeta decresce com a distância do planeta ao Sol.

Questão 2) A Lei da Gravitação Universal.

Isaac Newton, nascido na Inglaterra em 1642, foi quem primeiro deu uma explicação completa sobre o movimento dos corpos, bem como à forma como as forças atuam sobre os mesmos. A descrição dos movimentos dos corpos está contida nas bem conhecidas três Leis de Newton: **A Lei da Inércia, a Lei da Força e a Lei da Ação e Reação**. Newton descobriu, também, a **Lei da Gravitação Universal**, esta última a partir de estudos sobre o movimento da Lua em torno da Terra e das três Leis de Kepler para o movimento planetário.

2.a – (Valor: 0,5) Enuncie a Lei da Gravitação Universal.

2.b – (Valor: 0,5) Tanto o Sol quanto um planeta que se move em torno dele experimentam a mesma força. Como podemos explicar que o Sol permanece sempre (aproximadamente) no centro do sistema solar?

Respostas:

2.a) Entre dois corpos de massas quaisquer, independente dos seus tamanhos, existe uma força de atração que é proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separam; ou noutra redação: Cada partícula do Universo atrai cada uma das outras partículas com uma força diretamente proporcional ao produto da suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separam.

2.b) Porque a massa do Sol é muito maior do que a massa de qualquer planeta; ou noutra redação: Porque a massa do Sol é cerca de 1000 vezes maior do que a massa de todos os planetas juntos.

Questão 3) Unidades de Distâncias Astronômicas.

A unidade mais apropriada para a medida de distâncias dentro do sistema solar é a **Unidade Astronômica (UA)**, que representa a distância média entre a Terra e o Sol. Tal distância foi determinada pela primeira vez em 1673, medindo-se a paralaxe de Marte em oposição, simultaneamente em dois locais distintos, na França e na Guiana Francesa. O valor da Unidade Astronômica é **1UA = 150.000.000 km (=1,5 10⁸ km)**. Quando se trata de medidas de distância na escala cósmica, as unidades mais apropriadas são: o **Ano-Luz (AL)**, que corresponde à distância percorrida pela luz em um ano e o **Parsec (pc)**, que representa a distância de um objeto cósmico, tal que observadores localizados no objeto veriam o raio da órbita da Terra em torno do Sol com um tamanho angular de **1'' (um segundo de arco)**.

3.a - (Valor: 0,3) Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a 300.000 km/s, um Ano-Luz corresponde a quantos quilômetros? Considere em qualquer questão desta prova: 1 ano = 365 dias de 24 horas.

3.b - (Valor: 0,3) Um Ano-Luz corresponde a quantas Unidades Astronômicas?

3.c - (Valor: 0,4) Componentes da Equipe Brasileira de Astronomia que representou o Brasil na V Olimpíada Internacional de Astronomia, realizada em outubro de 2000, na Rússia, perguntaram ao Prof. João Batista Garcia Canalle, um dos Coordenadores da Equipe Brasileira, qual era a sua idade. Curiosamente, o Prof. Canalle respondeu: “já percorri, tendo o planeta Terra como veículo transportador, aproximadamente 40 bilhões de km”. Quantos anos tem, aproximadamente, o Prof. Canalle? (Se precisar, considere $\pi = 3,1$ e a distância Terra-Sol = 150.000.000 km).

Respostas:

3.a) Um Ano-Luz corresponde a $9,46 \cdot 10^{12}$ km, ou seja,

$$1 \text{ Ano-Luz} = \text{velocidade da luz} \times 1 \text{ ano} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \times 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

3.b) Um Ano-Luz corresponde a aproximadamente 63.000 Unidades Astronômicas, ou seja, divide-se o valor do Ano-Luz em km pelo valor da Unidade Astronômica em km: $9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} / (1,5 \cdot 10^8 \text{ km}) = 63.000 \text{ UA}$.

3.c) No momento da Olimpíada Internacional do ano 2000, a idade do Prof. Canalle era de 43 anos, ou seja: Idade = distância total percorrida pelo Prof. Canalle (40 bilhões de km = $4 \cdot 10^{10}$ km), ao longo da sua vida, dividida pela distância percorrida pela Terra em torno do Sol durante 1 ano, que corresponde a:

$$2 \pi R = 2 \times 3,1 \times 1,5 \cdot 10^8 = 9,3 \cdot 10^8 \text{ km/ano. Logo, a idade é igual a } 4 \cdot 10^{10} \text{ km} / (9,3 \cdot 10^8 \text{ km/ano}) = 43 \text{ anos.}$$

Questão 4) A Energia das Estrelas.

Assim como todas as estrelas, o Sol pode ser considerado uma grande “usina nuclear”, já que quase toda sua energia resulta de reações nucleares que estão se processando no seu núcleo. Em relação ao Sol, especificamente, sua energia provém da fusão (ou “queima”) de átomos de hidrogênio em átomos de hélio. Felizmente para nós, no caso do Sol, trata-se de uma “usina nuclear” auto-regulável, ou seja, ela controla por si só as reações nucleares que acontecem no seu interior. A radiação eletromagnética, seja ela luz, micro-ondas ou outro tipo qualquer, é composta por ‘pacotes concentrados’ de energia chamados de fótons. Albert Einstein (1879-1955), ao propor que a luz e todo tipo de radiação eletromagnética é composta por fótons, postulou também que cada um destes ‘pacotes’ de energia é, na realidade, uma partícula que se propaga no vácuo com uma velocidade constante c , a velocidade da luz, e tem uma quantidade discreta de energia (E), chamada também de quantum, dada por $E=hf$, onde h é a constante de Planck e f é a frequência da radiação eletromagnética em questão. A energia produzida no núcleo do Sol leva cerca de 170 mil anos para atingir sua superfície, isto porque os fótons interagem com a matéria gasosa que constitui o interior do Sol, sofrendo um elevadíssimo número de desvios em suas trajetórias; em outras palavras, entre o núcleo e a superfície do Sol os fótons são absorvidos pela matéria e ao mesmo tempo reemitidos um número muito grande de vezes. Isto faz com que o caminho de cada fóton no interior do Sol seja um verdadeiro zig-zag quase infinito. Entretanto, para os neutrinos que são partículas sem massa ou com massa quase nula, mas que possuem a velocidade da luz, também produzidos no núcleo solar durante as reações nucleares, o interior do Sol é transparente, ou seja, os neutrinos não interagem com a matéria gasosa constituinte do interior solar. Obs.: Considere o raio do Sol aproximadamente 700.000 km, a velocidade da luz igual a 300.000 km/s e a distância do Sol à Terra 150.000.000 km.

4.a – (Valor: 0,4) Qual deve ser a trajetória dos neutrinos no interior do Sol, ou seja, entre o núcleo do Sol e a sua superfície?

4.b – (Valor: 0,3) Quanto tempo os neutrinos devem levar para percorrer a distância entre o centro do Sol e sua superfície?

4.c – (Valor: 0,3) Quanto tempo neutrinos e fótons devem levar para percorrer a distância entre o Sol e a Terra? Despreze os raios do Sol e da Terra neste item.

Respostas:

4.a) A trajetória dos neutrinos no interior do Sol é retilínea, pois eles não interagem com nada que possa desviá-los.

4.b) O tempo que leva um neutrino para percorrer a distância do centro à superfície do Sol é : Tempo = distância percorrida pelo neutrino, que corresponde ao raio do Sol, dividida pela velocidade da luz, que é a própria velocidade dos neutrinos.

Assim, Tempo = 700.000 km / (300.000 km/s) = 2,5 segundos.

4.c) Aproximadamente 500 segundos ou 8,3 minutos, ou seja:

Tempo Sol-Terra = distância média Sol-Terra / velocidade da luz = $1,5 \cdot 10^8 \text{ km} / (3 \cdot 10^5 \text{ km/s}) = 500 \text{ s} = 8,3 \text{ min.}$

Questão 5) Cores dos Planetas.

As cores dos diferentes planetas são determinadas fundamentalmente pelos tipos de gases que compõem suas atmosferas, ou seja, a camada gasosa que os rodeia. Os gases presentes na atmosfera de um planeta dependem dos constituintes químicos, átomos e moléculas, de que se formou o planeta. Os planetas terrestres (Mercúrio, Vênus, Terra e Marte) se formaram sem ter atmosferas muito extensas e densas, pois não foram capazes de reter os gases da atmosfera primitiva. A atual atmosfera destes planetas é fruto de gases que foram liberados do interior dos mesmos, durante suas vidas. Diferentemente, os planetas com massas maiores do que a terrestre (Júpiter, Saturno, Urano e Netuno) têm atmosferas ainda primitivas, ou seja, constituídas pelos gases que existiam no momento da formação dos mesmos. Quando a luz solar incide na atmosfera do planeta, parte da luz é absorvida pelos gases e parte é refletida. Assim, é a luz refletida que determina a cor do planeta. Por exemplo, nosso planeta Terra quando visto do espaço, se mostra azul, devido à grande quantidade de oxigênio presente na

atmosfera terrestre, que tem a propriedade de espalhar e refletir muito mais os comprimentos de onda em torno do azul e absorver as outras cores. O azul do céu quando visto da superfície terrestre se explica basicamente pelo mesmo fenômeno. Vamos pensar agora nos planetas com atmosferas muito pouco densas ou quase sem atmosferas, como é o caso de Mercúrio e Plutão.

5.a – (Valor: 0,4) Qual a cor do céu diurno destes planetas, vista por um astronauta que, hipoteticamente, esteja na superfície dos mesmos?

5.b – (Valor: 0,6) Por que ao olharmos para estes planetas, a partir da Terra, os vemos de uma cor diferente daquela que é observada pelo hipotético astronauta colocado em sua superfície? Qual é esta cor?

Respostas:

5.a) Completamente preto, pois não há gás para espalhar a luz.

5.b) Porque ao olharmos para o planeta, a partir daqui da Terra, estamos na realidade recebendo a luz do Sol refletida pela superfície do planeta. A cor é amarela, pois corresponde à luz do Sol.

Questão 6) O Movimento dos Corpos Celestes.

Os astros (planetas, estrelas e galáxias) estão se movimentando no céu na direção de leste para oeste. Tal fenômeno é um reflexo direto da rotação da Terra, a qual está girando em torno do seu eixo no sentido de oeste para leste. Ao longo das 24 horas do dia, todos os astros descrevem no céu trajetórias circulares paralelas ao equador. Nos pólos, todas as estrelas de um mesmo hemisfério permanecem 24 horas acima do horizonte. Diferentemente, no equador as estrelas permanecem 12 horas acima do horizonte e 12 horas abaixo dele. O Prof. José Renan de Medeiros, um dos líderes da Equipe Brasileira de Astronomia e que mora em Natal, cidade localizada no hemisfério sul, a aproximadamente 5 graus da linha do equador, num início de noite, olhou para o horizonte e viu um maravilhoso espetáculo: A constelação de Órion (aquela que possui as Três Marias) “emergindo” do oceano.

6.a – (Valor: 0,3) Para qual lado cardeal estava olhando o Prof. Renan?

6.b – (Valor: 0,3) Passadas 6 horas do momento em que o Prof. Renan viu Órion emergir do oceano, onde estava agora localizada esta constelação?

6.c – (Valor: 0,4) Seis meses após o referido evento (item 6.a), onde estará localizada a constelação de Órion em relação à cidade de Natal, ao anoitecer?

Respostas:

6.a) Para o Leste.

6.b) Cruzando a linha meridiana que passa sobre Natal.

6.c) Para o Oeste.

Questão 7) A Expansão do Universo.

Em 1958, **George Gamow** fez a seguinte afirmação durante uma reunião científica:

É tão certo que o Universo começou com um Big-Bang quanto é certo que a Terra gira em torno do Sol.

Tal afirmação, tão categórica, mostra a confiança dos cientistas sobre a Teoria do Big-Bang. Entretanto, você não deve imaginar que o Big-Bang foi uma explosão gigantesca, como uma bomba gigante que explode, e que alguém (talvez você mesmo!) poderia ficar do lado de fora da bomba e observar o fenômeno do Big-Bang. Isto porque no Big-Bang não existe ‘lado de fora’ nem ‘lado de dentro’. O Big-Bang representa a geração do próprio espaço e do próprio tempo. É como se o espaço e o tempo tivessem começado ali, no momento do Big-Bang. Uma das evidências mais fortes a favor do Big-Bang foi observada por Edwin P. Hubble (1889-1953), que em 1929 desenvolveu a famosa **Lei de Hubble** com base num fato observacional aparentemente desconcertante: Todas as galáxias, estejam elas próximas ou distantes, estão se afastando da Terra. Ou seja, o Universo está em expansão. A lei de Hubble é dada pela equação:

$$V = Hd,$$

onde H é definida como a constante de Hubble e vale, aproximadamente, 15,3 km/s/Mega Ano-Luz), V é a velocidade com a qual uma galáxia ou quasar está se afastando de nós (também chamada de velocidade de recessão) e d é a distância da galáxia ou quasar até nós. Obs.: Mega Ano-Luz significa 10^6 Anos-Luz.

Assim, a Lei de Hubble ao mostrar que o Universo está em expansão concorda com a hipótese do Big-Bang e aquilo que nós observamos hoje no cosmo representa os “fragmentos” que foram expelidos no Big-Bang ou na explosão primordial.

Considere, então, um quasar (que é um corpo extremamente luminoso com massa tão grande quanto a massa das galáxias) que está se afastando de nós com uma velocidade de $2,0 \cdot 10^8$ m/s (observe que tal velocidade equivale a cerca de 66% da velocidade da luz!).

7.a – (Valor: 0,5) Determine, em anos-luz, a distância aproximada deste quasar até a Terra.

7.b – (Valor: 0,5) Suponha que a velocidade do quasar foi constante no tempo desde o Big-Bang. Com base nesta hipótese calcule, usando a Lei de Hubble, o tempo gasto pelo quasar para chegar a esta distância. Este tempo é chamado de **tempo de Hubble** e representa a **idade do Universo**.

Respostas:

7.a) Da Lei de Hubble temos que $d = V/H$ e esta é a única conta a ser feita, porém a velocidade está dada em m/s, a constante de Hubble foi dada em km/(s Mega Ano-Luz) e a resposta foi pedida em Ano-Luz. Logo, o principal trabalho será converter corretamente as unidades.

$$d = \frac{V}{H} = \frac{2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15,3 \frac{\text{km}}{\text{s Mega Ano - Luz}}} = \frac{2 \times 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{15,3 \frac{\text{km}}{\text{s } 10^6 \text{ Ano - Luz}}} = \frac{200 \times 10^{3+6}}{15,3} \text{ Anos - Luz}$$

$$d \cong 13 \times 10^9 \text{ Anos - Luz} = 13 \text{ bilhões de Anos - Luz}$$

7.b) Pela hipótese de ter sido mantida constante a velocidade, segue que $t = d/V$, mas como $V = Hd$, então $t = d/(Hd) = 1/H$ e esta é a única conta a ser feita, porém, tal qual no item anterior, o maior trabalho será converter corretamente as unidades. Lembrando que na questão 3 já calculamos a distância em km do Ano-Luz ($1 \text{ AL} = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$) e a duração do ano em segundos ($1 \text{ ano} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}$), logo $1 \text{ s} = \{1/(3,1536 \cdot 10^7)\} \text{ ano}$.

$$t = \frac{1}{H} = \frac{1}{15,3 \frac{\text{km}}{\text{s } 10^6 \text{ Ano - Luz}}} = \frac{\text{s } 10^6 \text{ Ano - Luz}}{15,3 \text{ km}} = \frac{\left(\frac{1}{3,1536 \times 10^7} \text{ ano} \right) \times 10^6 \times (9,46 \times 10^{12} \text{ km})}{15,3 \text{ km}}$$

$$t \cong \frac{3}{15,3} \times 10^{-7+6+12} \text{ anos} = 2 \times 10^{10} \text{ anos} = 20 \text{ bilhões de anos}$$

Questão 8) Dimensões na natureza e no Cosmos.

Do jardim da nossa casa até os confins do Universo, nos deparamos com as mais incríveis dimensões, tanto em tamanho quanto em massa, peso ou velocidades. No quadro abaixo, enumere em ordem crescente de 1 a 10 o tamanho e a massa de cada objeto (cada item vale 0,05, totalizando 1,0 ponto para a questão toda):

OBJETO	TAMANHO	MASSA
Galáxia (Via Láctea)	9	9
Maçã	3	3
Saturno	8	7
Estrela de Nêutron	5	8
Terra	7	6
Neutrino	1	1
Lua	6	5
Núcleo Atômico	2	2
Ser Humano	4	4
O Aglomerado de Virgo	10	10

Questão 9) A Relatividade

Uma das maiores manifestações da criatividade humana é, sem dúvida nenhuma, a Teoria da Relatividade proposta por Albert Einstein. Sua idéia geral está contida, embora de forma simplificada, na expressão seguinte:

Assim como os observadores em diferentes localidades têm diferentes perspectivas espaciais do Universo, os observadores com velocidades diferentes têm diferentes perspectivas temporais.

Pergunta: (Valor: 1,0) Qual o significado físico desta expressão?

Resposta: Várias possibilidades podem ser enxergadas como respostas:

Nossa visão do Universo, tanto espacial quanto temporal, depende do referencial de onde estamos fazendo nossas observações. Depende também se este referencial está em repouso ou em movimento.

Ou noutra redação:

Assim como nossa perspectiva visual depende do referencial, ou seja, do lugar de onde fazemos nossas observações, o tempo pode se mostrar diferente para observadores com movimento relativo.

Questão 10) A Gravidade e o Imponderável.

Dizemos que um corpo é imponderável quando ele “**parece**” não estar submetido à ação de forças gravitacionais. Isto é experimentado pelos astronautas em órbita, que ficam flutuando. Algumas pessoas acreditam que isto é devido à ausência de gravidade, o que é incorreto. O que acontece é que o astronauta e o lugar onde está (estação espacial, cápsula e outros) estão sujeitos ao mesmo valor da aceleração.

Dado: Raio da Terra: $R = 6,37 \cdot 10^6$ m, Massa da Terra: $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg e constante de Gravitação Universal:

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²kg⁻². **Obs.: Aproxime 5,98, 6,37 e 6,67 para 6,4!**

10.a – (Valor: 0,6) Qual seria a duração do dia na Terra para que tivéssemos a sensação de imponderabilidade aqui em sua superfície, num ponto sobre a linha do Equador?

10.b – (Valor: 0,2) Se forem acionados foguetes num ônibus espacial para correção de órbita, a sensação de imponderabilidade dos astronautas continuará?

10.c – (Valor: 0,2) Dois trens perfeitamente iguais, um anda para leste e outro para oeste, qual parece ser o mais pesado?

Respostas:

10.a)

Neste caso não deveria haver força normal do solo sobre os corpos na superfície da Terra, ou seja, a força gravitacional que a Terra exerce num corpo seria responsável, sozinha, pelo seu movimento circular em torno do centro da Terra, exercendo o papel de força centrípeta.

$$T = \frac{2\pi R}{V} \quad \text{mas Força gravitacional} = \text{Força centrípeta} \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad \text{logo } T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

$$\text{substituindo os valores } T = 2 \times 3,1 \times \sqrt{\frac{(6,4 \times 10^6)^3}{6,4 \times 10^{-11} \times 6,4 \times 10^{24}}} = 6,2 \times \sqrt{64 \times 10^4} = 6,2 \times 8 \times 10^2 = 4960 \text{ s} = 1,4 \text{ horas}$$

10.b)

Não. Neste caso os astronautas estarão sob o efeito de uma força de inércia com sentido oposto àquela aplicada sobre o veículo em que estão, no caso de estarem antes flutuando (análise com referencial no astronauta); ou noutra redação: Não. Neste caso os astronautas estarão sob o efeito de uma força normal de algum compartimento do ônibus espacial, que faz com que os astronautas se movam junto com o mesmo.

Em ambos os casos a propulsão simula uma sensação de peso nos astronautas que parecem ser puxados para o lado contrário do que se move o ônibus espacial.

10.c)

Como a Terra gira de Oeste para Leste, o trem com peso aparente mais leve é o que vai de Oeste para Leste pois a velocidade de seu movimento em torno do centro da Terra é maior, e o que tem peso aparente maior é o que vai de Leste para Oeste.